

东亚季风经向环流数值模拟及结果分析 I. 算法设计

袁卓建¹, 王同美¹, 郭裕福²

(1. 中山大学大气科学系, 广东 广州 510275;

2. 中国科学院大气物理研究所大气科学和
地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100080)

摘 要: 着重介绍局地径向环流诊断方程的数值求解, 内容包括数值模式格式的设计、用于求方程数值解的超松弛迭代法的描述及边界条件的提法和处理.

关键词: 数值模拟; 季风经向环流; 超松弛迭代法

中图分类号: P434 **文献标识码:** A

经圈环流在大气环流的调整、重建新的静力平衡和地转平衡状态中扮演重要角色^[1]. 对平均经圈环流的研究很早就受到了气象学家们的重视, 文献 [2~5] 不仅揭示了全球纬向平均经圈环流的空间结构、随时间的演变特征, 还从角动量的输送和热量的输送等方面探讨全球纬向平均经圈环流的作用^[6,7]. 经圈环流在季风系统中也扮演着重要的角色: 冬夏季风转换必伴随南北风交替; 陈隆勋等^[8]对东亚季风的研究也曾揭示, 冬季经向环流具有明显的哈得莱环流特征, 而夏季的经向剖面图上哈得莱环流却很不明显. 因此从经向环流的角度来探讨季风建立、活跃、中断和撤退期环流的特征及其影响的机制具有重要的意义.

由于过去对经向环流的研究都是针对全球纬向平均的经圈环流, 不便于研究季风区的情况, 因此袁卓建等^[9]将早期全球纬向平均(或经向对称)的平均经圈环流理论工作推广到研究局地经向环流演变机制, 导出了一个球—P 坐标系的局地经向环流诊断方程, 该方程是一个关于经向环流流函数的椭圆型二阶偏微分线性诊断方程, 方程的强迫项包括了有大气运动的主要物理过程: 热力因子有地面感热和潜热通量、长短波辐射、水平温度平流和热力对流过程, 动力因子有气压梯度力、惯性力、科氏力以及摩擦力. 根据线性叠加原理, 该方程可用来定量地分析并找出导致不同区域、不同环境场和不同季节的局地经向环流演变的主要机制. 在此理论工作的基础上, 本文介绍了用于求这一椭圆型方程数值解的超松弛迭代法.

1 资料来源及处理

本文所用资料来源于经中国科学院大气物理研究所资料中心再次处理过的 NCEP/NCAR 再分析资料, 资料水平网格 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$, 从 1 000 ~ 50 hPa 有 13 层水平风场、高度场

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (49875021, 49675264)

收稿日期: 2000-01-18; 作者简介: 袁卓建 (1954~), 女, 副教授.

和温度场资料，从 1 000 ~ 100 hPa 有 12 层的垂直速度资料，从 1 000 ~ 300 hPa 有 8 层比湿资料。由于本文的模式是等间隔 50 hPa 的 19 层模式（从 950 ~ 50 hPa），因此用一种简单易行的线性插值方案将源资料插到 19 层模式层，插值方案具体做法如下：

设等压面 p 上某气象要素值为 f ，它与气压 p 满足关系式

$$f = a + bp \tag{1}$$

根据资料求出

$$a = f_1 - \frac{f_1 - f_2}{p_1 - p_2} p_1, b = (f_1 - f_2) / (p_1 - p_2) \tag{2}$$

将(2)代入(1)得

$$f = f_1 - \frac{f_1 - f_2}{p_1 - p_2} (p_1 - p) \tag{3}$$

因本模式还考虑了地形，当某一模式层在地面以下或近地面，则将格点处各物理量的值用对应点上的地面值代替^[10]。

2 局地纬向平均经向环流诊断方程的差分格式及其超松弛迭代法

本模式对局地纬向平均定义如下

$$\overline{(\quad)} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} (\quad) d\lambda$$

在东亚季风区，取 $\lambda_1 = 95^\circ\text{E}$ ， $\lambda_2 = 122.5^\circ\text{E}$ ，本文所有的纬向平均范围均为该区域。根据袁卓建等^[9]的推导得到以下形式的局地纬向平均经向环流流函数诊断方程

$$\left[\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(A \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + B \frac{\partial}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial p} \left(B \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + C \frac{\partial}{\partial p} \right) \right] \Psi = F \tag{4}$$

其中， Ψ 为经向环流流函数，它与垂直风和南北风的关系分别为

$$\omega \Psi = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi}, v \Psi = - \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial p} \tag{5}$$

系数 A 、 B 、 C 定义为：

$$A = \frac{\overline{\sigma_s}}{\cos \varphi}, B = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \overline{\alpha}}{\partial \varphi}, C = \frac{\overline{f_A f_B}}{\cos \varphi}.$$

A 与静力稳定度有关， B 与斜压稳定度有关， C 中 f_A 、 f_B 定义为

$$\overline{f_A} = f + 2\overline{u} \frac{\tan \varphi}{a}, \overline{f_B} = f - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial (\overline{u} \cos \varphi)}{\partial \varphi}.$$

因为 f_B 为惯性稳定度，所以 C 与惯性稳定度有关。

方程(4)中的 F 代表所考虑的强迫力，

$$F = \frac{\partial}{\partial p} \left[\overline{f_A} \left(- \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial \lambda} + \overline{F_\lambda} - \frac{\overline{u}}{a \cos \varphi} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \lambda} + \overline{f_B v_\chi} - \overline{\omega_\chi} \frac{\partial \overline{u}}{\partial p} - \frac{\overline{u'}}{a \cos \varphi} \frac{\partial \overline{u'}}{\partial \lambda} + \overline{f_{BV}'} \chi - \overline{\omega_\chi'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial p} \right) - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\overline{RQ}}{p c_p} - \frac{\overline{u}}{a \cos \varphi} \frac{\partial \overline{\alpha}}{\partial \lambda} - \frac{\overline{v_\chi}}{a} \frac{\partial \overline{\alpha}}{\partial \varphi} + \overline{\sigma_s \omega_\chi} - \frac{\overline{u'}}{a \cos \varphi} \frac{\partial \overline{\alpha'}}{\partial \lambda} - \frac{\overline{v_\chi'}}{a} \frac{\partial \overline{\alpha'}}{\partial \varphi} + \overline{\sigma_s' \omega_\chi'} \right) \right] \tag{6}$$

可以看出， F 包括了各种动力及热力过程，有气压梯度力、摩擦力、平均及涡动的纬向惯性力、科氏力、西风动量的垂直输送、温度平流以及绝热加热。非绝热加热可包括感热、潜热、辐射加热等。

当正压流体处于惯性和静力稳定，即流体动力稳定度 $AC - B^2 > 0$ 时，方程(4)为一椭圆

方程, 将之简写为

$$L\Psi = F \quad (7)$$

其中线性算子定义为 $L = \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[A \frac{\partial}{a \partial \varphi} + B \frac{\partial}{\partial p} \right] + \frac{\partial}{\partial p} \left[B \frac{\partial}{a \partial \varphi} + C \frac{\partial}{\partial p} \right]$

用数值法解(7)时, 先运用中央差分格式, 将微分方程(7)写成如下差分形式

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a^2(\Delta\varphi)^2} [A_{j+1/2, k}(\Psi_{j+1, k} - \Psi_{j, k}) - A_{j-1/2, k}(\Psi_{j, k} - \Psi_{j-1, k})] + \\ & \frac{1}{4a\Delta\varphi\Delta p} [B_{j+1, k}(\Psi_{j+1, k+1} - \Psi_{j+1, k-1}) - B_{j-1, k}(\Psi_{j-1, k+1} - \Psi_{j-1, k-1})] + \\ & \frac{1}{4a\Delta p\Delta\varphi} [B_{j, k+1}(\Psi_{j+1, k+1} - \Psi_{j-1, k+1}) - B_{j, k-1}(\Psi_{j+1, k-1} - \Psi_{j-1, k-1})] + \\ & \frac{1}{(\Delta p)^2} [C_{j, k+1/2}(\Psi_{j, k+1} - \Psi_{j, k}) - C_{j, k-1/2}(\Psi_{j, k} - \Psi_{j, k-1})] = F \end{aligned} \quad (8)$$

然后用超松弛迭代法求解(8). 迭代之初取 Ψ 场为零(边界值将在后部分给出中给出), 记第 n 次迭代后余差为:

$$R_{j, k} = L\Psi^n - F, \text{ 即}$$

$$\begin{aligned} R_{j, k} = & \frac{1}{a^2(\Delta\varphi)^2} [A_{j+1/2, k}(\Psi_{j+1, k}^n - \Psi_{j, k}^n) - A_{j-1/2, k}(\Psi_{j, k}^n - \Psi_{j-1, k}^n)] + \\ & \frac{1}{4a\Delta\varphi\Delta p} [B_{j+1, k}(\Psi_{j+1, k+1}^n - \Psi_{j+1, k-1}^n) - B_{j-1, k}(\Psi_{j-1, k+1}^n - \Psi_{j-1, k-1}^n)] + \\ & \frac{1}{4a\Delta p\Delta\varphi} [B_{j, k+1}(\Psi_{j+1, k+1}^n - \Psi_{j-1, k+1}^n) - B_{j, k-1}(\Psi_{j+1, k-1}^n - \Psi_{j-1, k-1}^n)] + \\ & \frac{1}{(\Delta p)^2} [C_{j, k+1/2}(\Psi_{j, k+1}^n - \Psi_{j, k}^n) - C_{j, k-1/2}(\Psi_{j, k}^n - \Psi_{j, k-1}^n)] - F \end{aligned} \quad (9)$$

设用第 $n+1$ 次迭代求出的 $\Psi_{j, k}^{n+1}$ 代换 $\Psi_{j, k}^n$ 后, 余差降为 0, 即

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{1}{a^2(\Delta\varphi)^2} [A_{j+1/2, k}(\Psi_{j+1, k}^{n+1} - \Psi_{j, k}^{n+1}) - A_{j-1/2, k}(\Psi_{j, k}^{n+1} - \Psi_{j-1, k}^{n+1})] + \\ & \frac{1}{4a\Delta\varphi\Delta p} [B_{j+1, k}(\Psi_{j+1, k+1}^{n+1} - \Psi_{j+1, k-1}^{n+1}) - B_{j-1, k}(\Psi_{j-1, k+1}^{n+1} - \Psi_{j-1, k-1}^{n+1})] + \\ & \frac{1}{4a\Delta p\Delta\varphi} [B_{j, k+1}(\Psi_{j+1, k+1}^{n+1} - \Psi_{j-1, k+1}^{n+1}) - B_{j, k-1}(\Psi_{j+1, k-1}^{n+1} - \Psi_{j-1, k-1}^{n+1})] + \\ & \frac{1}{(\Delta p)^2} [C_{j, k+1/2}(\Psi_{j, k+1}^{n+1} - \Psi_{j, k}^{n+1}) - C_{j, k-1/2}(\Psi_{j, k}^{n+1} - \Psi_{j, k-1}^{n+1})] - F \end{aligned} \quad (10)$$

则差分方程(9) - (10)得:

$$R_{j, k} = H(\Psi_{j, k}^{n+1} - \Psi_{j, k}^n) \quad (11)$$

其中, $H = \frac{1}{a^2(\Delta\varphi)^2} [A_{j+1/2, k} + A_{j-1/2, k}] + \frac{1}{(\Delta p)^2} [C_{j, k+1/2} + C_{j, k-1/2}]$

再对由(9)式定义的 $R_{j, k}$ 作以下改动: 在计算过程中及时利用格点迭代后的新值 Ψ^{n+1} 代换旧值 Ψ^n , 得 $R_{j, k}$ 的新定义式为

$$\begin{aligned} R_{j, k} = & \frac{1}{a^2(\Delta\varphi)^2} [A_{j+1/2, k}(\Psi_{j+1, k}^n - \Psi_{j, k}^n) - A_{j-1/2, k}(\Psi_{j, k}^n - \Psi_{j-1, k}^{n+1})] + \\ & \frac{1}{4a\Delta\varphi\Delta p} [B_{j+1, k}(\Psi_{j+1, k+1}^n - \Psi_{j+1, k-1}^n) - B_{j-1, k}(\Psi_{j-1, k+1}^n - \Psi_{j-1, k-1}^{n+1})] + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4a\Delta p\Delta\varphi}[B_{j,k+1}(\Psi_{j+1,k+1}^n-\Psi_{j-1,k+1}^n)-B_{j,k-1}(\Psi_{j+1,k-1}^n-\Psi_{j-1,k-1}^n)]+\frac{1}{(\Delta p)^2}[C_{j,k+1/2}(\Psi_{j,k+1}^n-\Psi_{j,k}^n)-C_{j,k-1/2}(\Psi_{j,k}^n-\Psi_{j,k-1}^n)]-F$$

将这新定义的 $R_{j,k}$ 代入式(11) 并引入优化迭代参数 ω^* 就得到方程(8) 的超松弛迭代式

$$\Psi_{j,k}^{n+1}=\Psi_{j,k}^n+\frac{\omega^*R_{j,k}}{H},\quad n=0,1,2,3,\cdots\tag{12}$$

优化迭代过程的参数值域为 $\omega^*\in[1,2]^{[11]}$.

根据(12) 式进行迭代循环, 直至余差小于一个给定的误差允许值为止.

3 流函数 Ψ 的边界值设定

因空气质量不会流入流出地面, 因此设流线沿地形走, 即在近地面层 $\Psi=\text{常数}$; 再设在模式顶层处, 模式内外亦无质量交换, 则在模式顶层也有 $\Psi=\text{常数}$. 本研究取这个任意常数为 0, 即: $\Psi_S=0, \Psi_T=0$.

本模式的南边界处在 5°N , 北边界处在 52.5°N . 为了考虑越赤道气流对季风形成的影响, 在南北边界处允许模式区域内的质量交换(开边界), 在开边界的 Ψ 值可由方程式(5) 和 $v_\Psi\approx v_{\text{ag}}^{[9]}$ 求出. 计算式为

$$\Psi|_p=-\int_{p_S}^p v_{\text{ag}}\cos\varphi dp\tag{13}$$

为了避免 Ψ 在上下、南北边界处的取值之间发生矛盾, 将(13) 式的积分从地面积到大气层顶, 得出上下、南北边界流函数 Ψ 值计算必须满足的条件:

$$-\int_{p_S}^{p_T} v_{\text{ag}}\cos\varphi dp=\int_{p_S}^{p_T} \frac{\partial\Psi}{\partial p} dp=\Psi_T-\Psi_S=0\tag{14}$$

因此必须先按(14) 式对 v_{ag} 进行调整得

$$(v_{\text{ag}})_{\text{adj}}=v_{\text{ag}}-\text{corr}$$

其中, $\text{corr}=\int_{p_S}^{p_T} v_{\text{ag}} dp$.

再将 $(v_{\text{ag}})_{\text{adj}}$ 代入(13) 式计算南北开边界处的 Ψ 值.

参考文献:

[1] EADY E T. The cause of the general circulation of atmosphere[J] . Roy Meteor Soc Cent Proc, 1950, 76: 156~172.
[2] 叶笃正, 朱抱真. 大气环流的若干基本问题[M] . 北京: 科学出版社, 1958. 156.
[3] 叶笃正, 杨大升. 北半球大气中角动量的年变化和它的输送机构[J] . 气象学报, 1955, 26: 281~294.
[4] HOSKINS B J, HSU H H, JAMES I N, et al. Diagnostics of the global atmospheric circulation based on ECMWF analyses 1979—1989[M] . Reading: Reading University, 1989. 217.
[5] 吴国雄, 刘还珠. 全球大气环流时间平均统计图集[M] . 北京: 气象出版社, 1987. 212.
[6] 吴国雄, TIBALDI S. 平均经圈环流在大气角动量和感热收支中的作用[J] . 大气科学, 1988, 12(1): 8~17.
[7] 吴国雄, 蔡雅萍. 大气热力强迫和动力强迫的调配及平均经圈环流的仿真模拟[J] . 气象学报, 1994. 52

(2): 138 ~ 148.

- [8] 陈隆勋, 朱乾根, 罗会邦, 等. 东亚季风[M]. 北京: 气象出版社, 1991. 362.
- [9] 袁卓建, 王同美. 局地经向环流的诊断方程[A]. 见: 东亚季风和中国暴雨[M]. 北京: 气象出版社, 1998. 496 ~ 505.
- [10] LORENTZ E N. Generation of available potential energy and the intensity of the general circulation. In large scale synoptic process[A]. (J. Bjerknes proj. Dir.) Final Rep., 1957, Contract AF19 (604)—1286. Dept. Meteor., Univ. of California, Los Angeles.
- [11] STRIKWERDA J C. Finite difference schemes and partial differential equation[M]. California: Wadsworth and Brooks/ cole, 1989. 386.

A Numerical Simulation of Local-zonal-mean Hadley Circulation over East Asia

I . Schemes

YUAN Zhuo-jian^{}, WANG Tong-mei, GUO Yu-fu*

Abstract: A linear partial differential equation has been derived for the stream function of forced meridional circulation within monsoon region in part one of present study. This diagnostic equation includes all major dynamic and thermal—dynamic processes in the atmosphere. In this article, a set of numerical schemes is described for solving the diagnostic equation.

Keywords: numerical simulation; monsoon meridional circulation; SOR

^{*} Department of Atmospheric Sciences, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China.